

項目反応理論におけるモデル変換

前川眞一

20240316

目的

- 項目バンクの中の項目反応モデルを変更したい。
 - ◆ 3PLM で運用していたバンクを 2PLM に変更したい。
その際、旧項目も 2PLM に変更したい。
 - ◆ GPCM で運用していたバンクを GRM に変更したい。
その際、旧項目も GRM に変更したい。
 - モデル間の比較を行いたい。
 - ◆ 2PLM と 2PNM は何が違うのか？
 - ◆ GPCM と GRM は何が違うのか？
- ★ 比較対象に何処まで似せられるか。

項目反応モデル

- 2値モデル
 - ◆ ロジスティックモデル (Logistic)
 - ★ 2PLM, 2PLMc (c は固定), 3PLM (10)
 - ◆ 累積正規モデル (Normal ogive)
 - ★ 2PNM, 2PNMc (c は固定), 3PNM
- 多値モデル
 - ◆ GPCM (Generalized Partial Credit Model)
 - ★ (7, 32, 33, 34)
 - ◆ GRM (Graded Response Model)
 - ★ GRM-N, GRM-L
 - (2, 3, 4, 6)

3

モデルの違い

- 2値モデルの場合
 - ◆ モデルのパラメタ（母数）の数の違い
 - ★ 3PLM, 3PNM v.s. 2PLM, 2PLMc, 2PNM, 2PNMc
 - ◆ ロジスティックか累積正規か
 - …LM v.s. …NM
- 多値モデルの場合
 - ◆ ソフトマックス (divided by total) か差か
 - ★ GPCM v.s. GRM
 - ◆ ロジスティックか累積正規か
 - ★ GRM-L v.s. GRM-N

4

何が比較可能か

- 2値モデルの場合
 - ◆ 母数の数が同じモデル間の変換
 - ★ $3PLM \leftrightarrow 3PNM$
 $2PLM \leftrightarrow 2PNM$, $2PLMc \leftrightarrow 2PNMc$
 - ◆ 母数の数が異なるモデル間の変換
(下位モデルへの変換)
 - ◆ $3PLM \rightarrow 2PLM$, $2PLMc$, $2PNM$, $2PNMc$
 $3PNM \rightarrow 2PLM$, $2PLMc$, $2PNM$, $2PNMc$
- 多値モデルの場合 (母数の数は全て同じ)
 - ◆ $GPCM \leftrightarrow GRM-L$
 $GPCM \leftrightarrow GRM-N$
 $GRM-L \leftrightarrow GRM-N$

5

モデル間の類似度の指標

- 2値の場合
 - ◆ 項目反応関数 irf の差
 - ◆ 項目情報関数 iif の差
- 多値の場合
 - ◆ 項目ごとの類似度
 - ★ Δ 項目反応関数 irf (8) の差
 - ★ 項目情報関数 iif (18) の差
 - ◆ 項目カテゴリごとの類似度
 - ★ Δ 項目カテゴリ反応関数 icrf (2, 7) の差
 - ★ 項目カテゴリ情報関数 icif (17) の差

6

他の基準は？

- 累積項目オペレーション特性曲線 cocc の差？
(3, 9) (6)
- 項目カテゴリ反応関数の交点の位置の差？
GPCM (b パラメタ) GRM (数値計算)
- 項目カテゴリ反応関数の頂点の位置の差？
GRM (5) GPCM (数値計算)
- 項目カテゴリ情報関数の交点の位置の差？
- 項目カテゴリ情報関数の頂点の位置の差？

7

重み付き最小2乗法: method=1

- 項目カテゴリ反応関数 icrf 間の差の2乗和を最小とする変換後の項目パラメタ ξ_j を求める。

$$RSS_{icrf} = \sum_{k=0}^{m_j} \sum_{q=1}^Q (p_{kj}(\theta_q) - P_{kj}(\theta_q | \xi_j))^2 h^*(\theta_q)$$

変換元の項目パラメタから
計算された icrf。 データ

変換先の icrf で、
未知の項目パラメタ ξ_j から
計算されるもの。 モデル

θ の分布を近似する重み $\sum_{q=1}^Q h^*(\theta_q) = 1$

8

重み付き最小2乗法: method=2

- 項目カテゴリ情報関数 $icif$ 間の差の2乗和を最小とする変換後の項目パラメタ ξ_j を求める。

$$RSS_{icif} = \sum_{k=0}^{m_j} \sum_{q=1}^Q (i_{kj}(\theta_q) - I_{kj}(\theta_q | \xi_j))^2 h^*(\theta_q)$$

変換元の項目パラメタから
計算された $icif$ 。

データ

変換先の $icif$ で、
未知の項目パラメタ ξ_j から
計算されるもの。

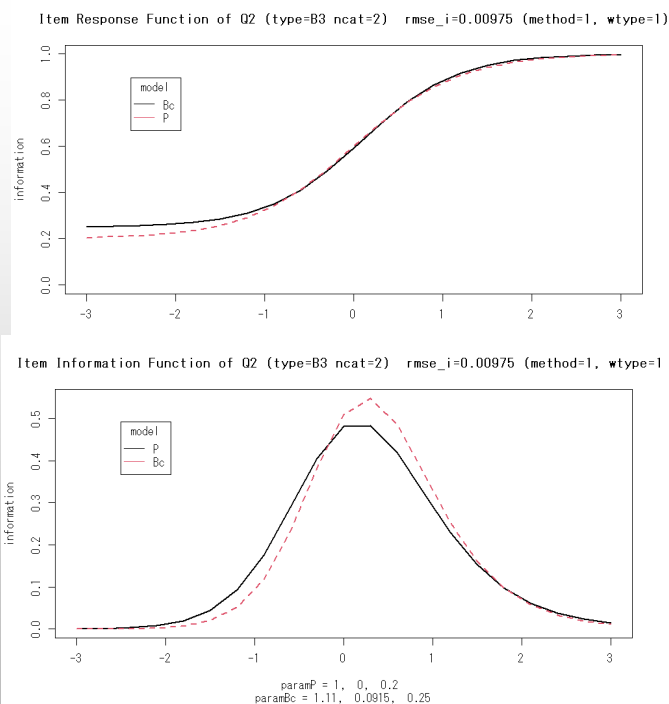
モデル

θ の分布を近似する重み $\sum_{q=1}^Q h^*(\theta_q) = 1$

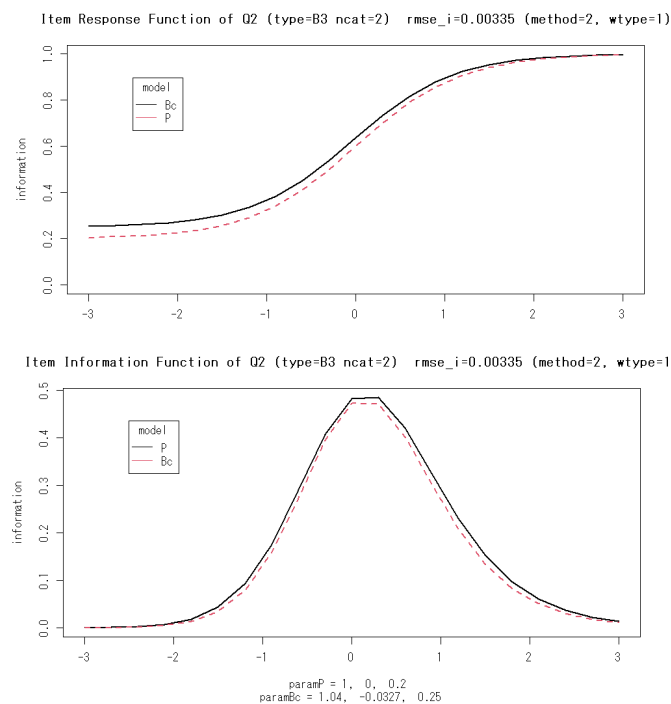
9

変換例：3PLM $\rightarrow$ 2PLMc #*

Method=1



Method=2



3PLM: $a=1$, $b=0$, $c=0.2$

2PLMc: $a=1.11$, $b=0.09$, $c=0.25$

3PLM: $a=1$, $b=0$, $c=0.2$

2PLMc: $a=1.038$, $b=-0.033$, $c=0.25$

10

R スクリプト

項目パラメータデータフレームの例

paramA1

	項目名	タイプ	段階数	a	b1	b2	b3
	name	type	ncat	p1	p2	p3	p4
r1	Q1	B	2	1.0000	0.0000	0.0000	NA
r2	Q2	B3	2	1.0000	0.0000	0.2000	NA
r3	Q3	Bn	2	1.0000	0.0000	0.0000	NA
r4	Q4	Bn3	2	1.0000	0.0000	0.2000	NA
r5	Q5	P	3	1.0000	-1.0000	1.0000	NA
r6	Q6	G	3	1.0664	-1.0288	1.0288	NA
r7	Q7	Gn	3	1.0819	-1.0221	1.0221	NA
r8	Q8	P	4	0.8000	-2.0000	0.0000	2.0000
r9	Q9	G	4	0.9179	-2.0495	0.0000	2.0495
r10	Q10	Gn	4	0.9396	-2.0245	0.0000	2.0245

11

R スクリプト

```
# library(lazy.irt)
```

```
# 3PLM を 2PLM に変換
```

```
temp=conv2P( paramA1[2,], plot=3, print=1, method=1 )
```

```
# or
```

```
temp=conv2G( paramA1[2,], plot=3, print=1, method=1 )
```

```
# or
```

```
temp=conv2Bc( paramA1[2,], plot=3, print=1, method=1, cval=0) #*
```

```
# 3PLM を 2PNM に変換
```

```
temp=conv2Gn( paramA1[2,], plot=3, print=1, method=1 )
```

```
# or
```

```
temp=conv2Bnc( paramA1[2,], plot=3, print=1, method=1, cval=0)
```

```
# 3PLM を 2PLMc に変換
```

```
temp=conv2Bc( paramA1[2,], plot=3, print=1, wtype=1, method=1  
              , init=1, cval=0.25) #*
```

```
# 3PLM を 2PNMc に変換
```

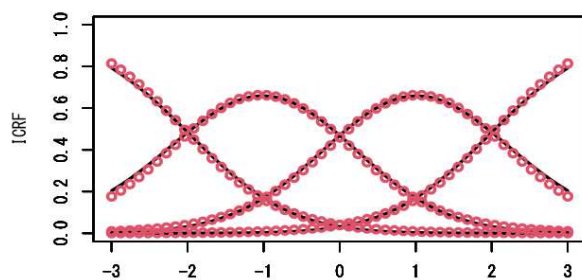
```
temp=conv2Bnc( paramA1[2,], plot=3, print=1, wtype=1, method=1  
              , init=1, cval=0.25) #*
```

12

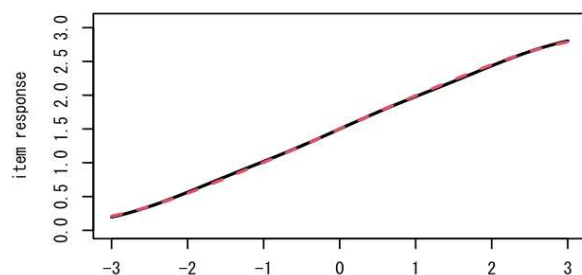
变换例：GPCM $\rightarrow$ GRM-L

method = 1

rmse_icrf = 0.00097



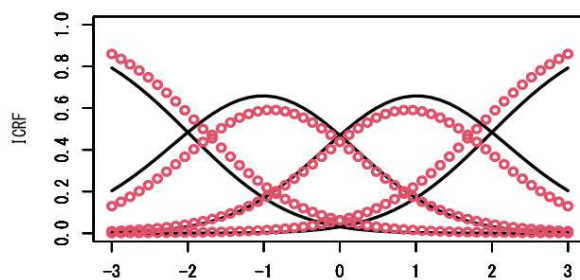
rmse_irf = 0.00161



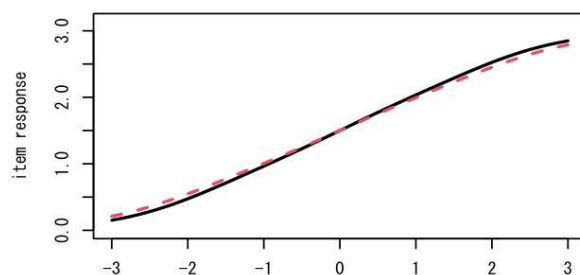
paramOld(P) = 0.8, -2, 0, 2
paramNew(G) = 0.915, -2.05, 0, 2.05

method = 2

rmse_icrf = 0.00623



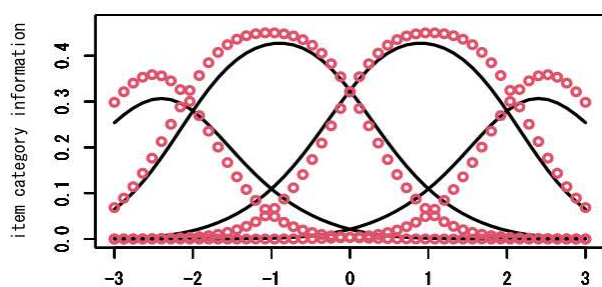
rmse_irf = 0.00528



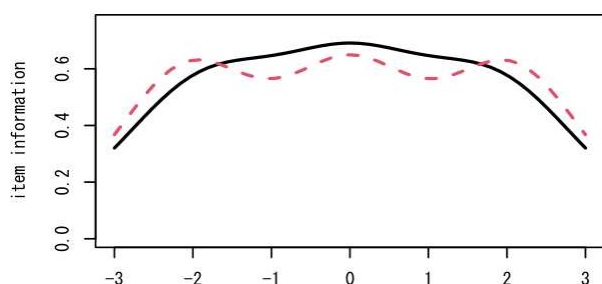
paramOld(P) = 0.8, -2, 0, 2
paramNew(G) = 0.889, -1.8, 0, 1.8

13

rmse_icif = 0.00424

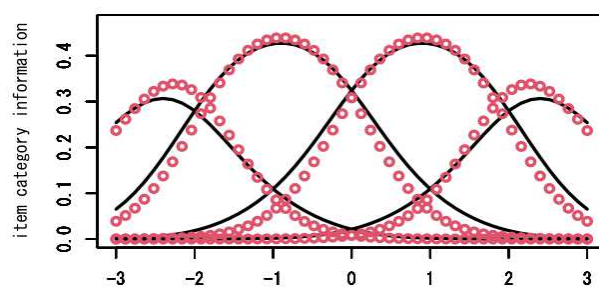


rmse_iif = 0.00865

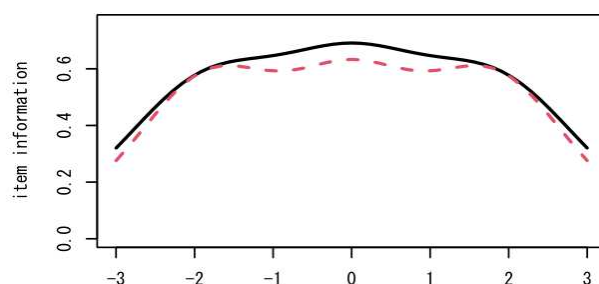


paramOld(P) = 0.8, -2, 0, 2
paramNew(G) = 0.915, -2.05, 0, 2.05

rmse_icif = 0.00317



rmse_iif = 0.00751



paramOld(P) = 0.8, -2, 0, 2
paramNew(G) = 0.889, -1.8, 0, 1.8

14

R スクリプト

```
# library(lazy.irt)

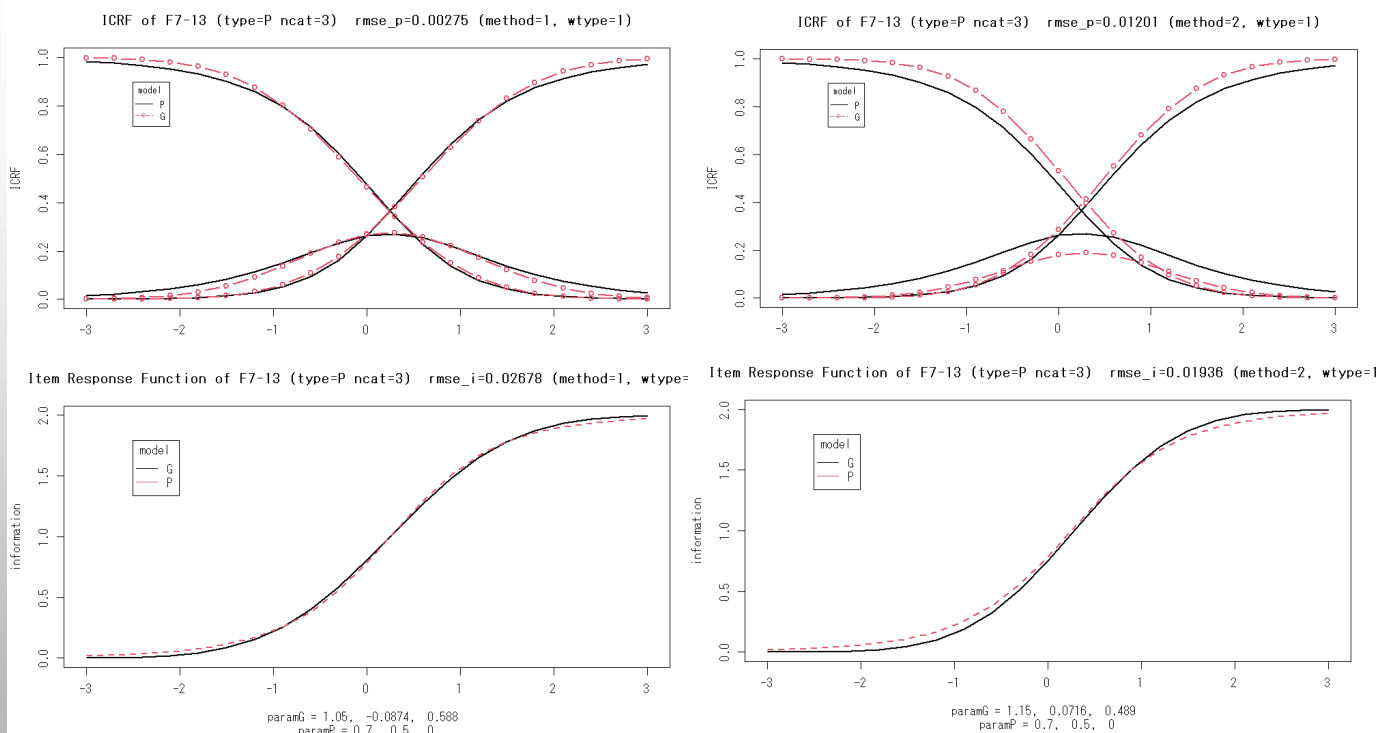
# GPCM を GRM-L に変換
temp=conv2G( paramA1[c(5,8),], plot=3, print=1, method=1 )

# GPCM を GRM-N に変換
temp=conv2Gn( paramA1[c(5,8),], plot=3, print=1, method=1 )

# GRM を PCM に変換
temp=conv2P( paramA1[c(6,7,9,10),], plot=3, print=1, method=1 )
```

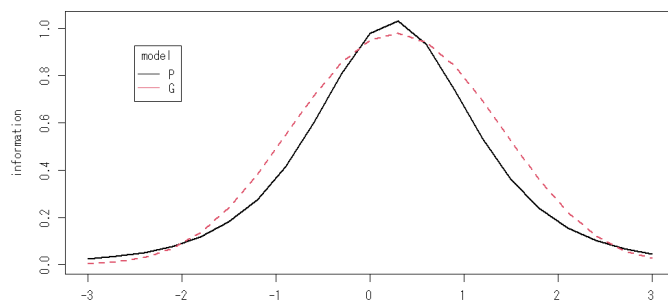
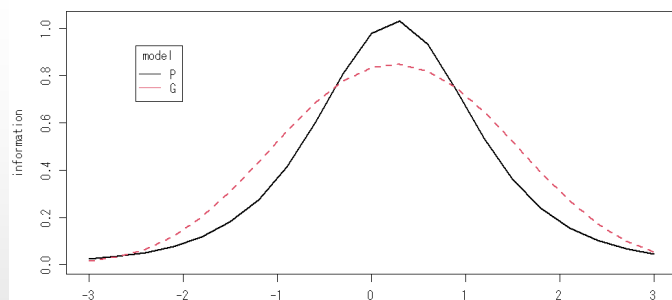
15

変換例：第2カテゴリが消える場合



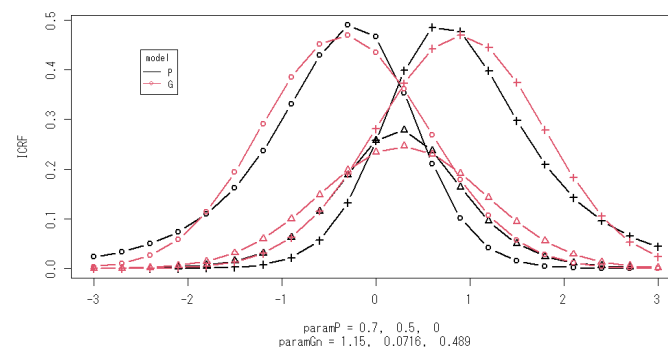
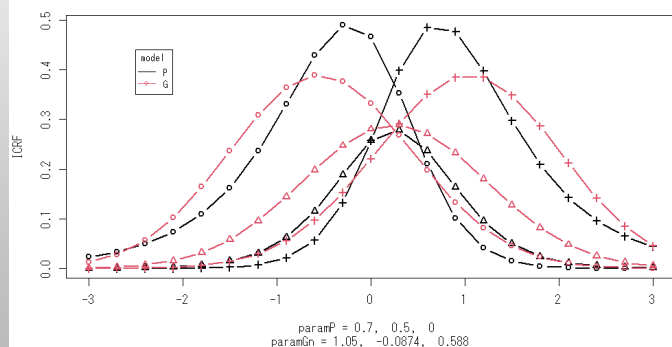
16

Item Information Function of F7-13 (type=P ncat=3) rmse_i=0.02678 (method=1, wtype= Item Information Function of F7-13 (type=P ncat=3) rmse_i=0.01936 (method=2, wtype=



Item Category Information of F7-13 (type=P ncat=3) rmse_ic=0.01460 (method=1, wtype=

Item Category Information of F7-13 (type=P ncat=3) rmse_ic=0.00829 (method=2, wtype=



17

結論

- 3PLM or 3PNM → 2PLM or 2PNM はあまりうまくいかない。定数の c を用いるべき。
- モデルの母数の数が等しいモデル間の変換はおおよそうまくいく。
- method=1 と method=2 で差が出る。
 - ◆ 二つの基準を程よく統合できないか？

$$RSS = \lambda RSS_{icrf} + (1 - \lambda) RSS_{icif}$$

18

lazy.irt パッケージ

パッケージの置き場

パッケージ本体

URL <http://mayekawa.in.coocan.jp/Rpackages/Rpackages.html>

パッケージのヘルプファイル

URL http://mayekawa.in.coocan.jp/Rpackages/HTML_help/packages.html

パッケージのインストール。

(Windows でない人は .zip を .tar.gz に変更のこと。)

```
install.packages("http://mayekawa.in.coocan.jp/Rpackages/lazy.irt_0.1.6.zip", repos=NULL)
install.packages("http://mayekawa.in.coocan.jp/Rpackages/lazy.tools_0.1.4.zip", repos=NULL)
install.packages("http://mayekawa.in.coocan.jp/Rpackages/lazy.mat_0.1.4.zip", repos=NULL)
install.packages("http://mayekawa.in.coocan.jp/Rpackages/lazy.accel_0.1.4.zip", repos=NULL)
```

少々古いバージョン(おそらく近々更新の予定)

<https://github.com/smayekawa/lazy.irt>

19

主な関数

- uIRT: 2PLM, 3PLM, GPCM, GRM-L が混在するテストフォームの多群のデータを用いた項目パラメタの推定
- calr: 多値項目を含む項目パラメタの等化係数の推定
- irf: 項目反応関数、項目カテゴリ反応関数の計算
- dirf: 項目反応関数、項目カテゴリ反応関数の導関数の計算
- iif: 様々な情報関数の計算
- obscore: 項目パラメタと特性値の分布を与えたときのテスト得点の分布の計算
- sumsmnw: 数値カテゴリを持つ多項分布の和の確率の計算
- info_func: 重み付き得点から特性値を計算する際の情報関数と最適重みの計算
- graded_info: 段階得点の情報関数の計算
- find_mode: GPCM の項目カテゴリ反応関数の頂点の計算
- find_intersection: GRM の項目カテゴリ反応関数の交点の計算
- rel_irt: IRT を用いたテストの信頼性や測定の標準誤差等の計算
- gendataIRT: 項目反応データの生成
- uLRT: 少数離散型 θ を用いた場合の項目パラメタの推定

20

その他のパッケージ

lazy.tools
lazy.mat

様々なユーティリティ関数
行列や配列の取り扱いと関数の最適化

lazy.accel
lazy.sasf
lazy.stat

繰り返し計算の加速
SASの推定可能関数の再現
統計的関数（乱数、スプライン等）

lazy.symbolic
lazy.symbolic2

記号的な行列演算 SuMoPack in R
記号的な行列演算

lazy.cluster
lazy.procrustes
lazy.mdpref
Lazy.mds
lazy.fa
lazy.girt

分割型クラスター分析
いろいろなプロクラステス回転
いろいろな MDPREF
いろいろな個人差 MDS
いろいろな因子分析法
一般化 IRT

lazy.nntools
lazy.tree

ニューラルネットワークのための関数
決定木のための関数

lazy.utf8

R における UTF-8 テキストの取り扱い

21

- ご清聴有り難うございました。

22